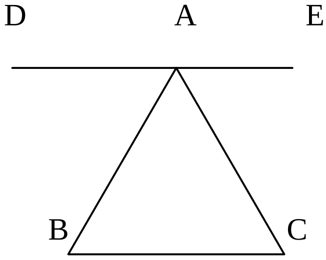
ජ්‍යාමිතිය හා ක්‍රිකට්

ග්‍රීක චින්තනයෙහි ඇති ස්වසිද්ධි හෙවත් ප්‍රත්‍යක්‍ෂ ගැන තව දුරටත් සාකච්ඡා කළ යුතු වන්නේ ස්වසිද්ධාත්මක ක්‍රමය ඉතාමත් ප්‍රබල වන නිසා ද වන බැවිනි. මෙහි දී අපි යුක්ලීඩීය ජ්‍යාමිතිය උදාහරණය ලෙස ගනිමු. යුක්ලීඩීය ජ්‍යාමිතිය ආරම්භ වන්නේ ස්වසිද්ධි ප්‍රකාශ කිරීමෙනි. එහි ඇති වඩාත් ම සුප්‍රසිද්ධ ස්වසිද්ධිය හෙවත් ප්‍රත්‍යක්‍ෂය සමාන්තර ප්‍රත්‍යක්‍ෂය වෙයි. සමාන්තර ප්‍රත්‍යක්‍ෂයට අනුව ඕනෑම සරල රේඛාවකට සමාන්තරව ඒ රේඛාව මත නොපිහිටි ලක්‍ෂ්‍යයක් ඔස්සේ ඇඳිය හැක්කේ එකම එක සරල රේඛාවක් පමණකි. දහනමවැනි සියවසෙහි දී මේ ප්‍රත්‍යක්‍ෂය වෙනස් කිරීමෙන් බටහිර ගණිතඥයෝ යුක්ලීඩීය නොවන නැත්නම් නිර්යුක්ලීඩීය ජ්‍යාමිති නිර්මාණය කළහ. මේ නිර්යුක්ලීඩීය ජ්‍යාමතියක් වූ රීමානීය ජ්‍යාමිතිය පසු කලෙක අයින්ස්ටයින් විද්වතාණන්ට තම සාධාරණ සාපේක්‍ෂතාවාදය නිර්මාණය කිරීමේ දී උපකාරී විය.

යුක්ලීඩීය ජ්‍යාමිතිය වැනි ස්වසිද්ධාත්මක දැනුම් පද්ධතියක් ඇරඹෙනුයේ එහි ස්වසිද්ධි පමණක් නොව නිර්වචන ද ප්‍රකාශ කිරීමෙනි. ස්වසිද්ධිවල පමණක් නොව ඉන් ලබා ගන්නා නිගමනවලද සංකල්ප වෙයි. සරල රේඛාවක් යනු සංකල්පයකි. ලක්‍ෂ්‍යය යන්න ද සංකල්පයකි. කලින් සඳහන් කර ඇති ආකාරයට පළමු සංකල්ප නිර්වචන කළ හැකි නොවේ. ඒ පළමු සංකල්ප නිර්වචන නොකරන ලද භූතාර්ථ ලෙස ප්‍රකාශ කෙරෙයි. එහෙත් අනෙක් සංකල්ප, එසේ නිර්වචන නොකරන ලද සංකල්ප ආශ්‍රයෙන් නිර්වචන කෙරෙයි. ලක්‍ෂ්‍යය නිර්වචනය නොකෙරෙන නමුදු සරල රේඛාව ලක්‍ෂ්‍යය ඇසුරෙන් නිර්වචන කෙරෙයි. ස්වසිද්ධි සම්බන්ධයෙන් ද එවැන්නක් සිදුවෙයි. ස්වසිද්ධි යනු සාධනය නොකළ ප්‍රකාශන වෙයි. ස්වසිද්ධියක් සාධනය නොකෙරෙයි. උදාහරණයක් ලෙස ගතහොත් යුක්ලීඩීය ජ්‍යාමිතියෙහි ඉහත සඳහන් කර ඇති ස්වසිද්ධිය සාධනය කෙරී නැත. එහෙත් සාධනය නොකරන ලද මේ ස්වසිද්ධි යොදා ගනිමින් ඇරිස්ටෝටලීය න්‍යාය තුළ තර්ක කර යම් යම් නිගමනවලට පැමිණෙයි. වඩා වැදගත් නිගමන ප්‍රමේය (තියරම්ස්) ලෙස හැඳින්වෙයි. යුක්ලීඩීය ජ්‍යාමිතියෙහි ඕනෑම ත්‍රිකෝණයක කෝණ තුනෙහි ඓක්‍යය අංශක 180ක් වෙයි. මෙය ඒ ජ්‍යාමිතියෙහි ප්‍රමේයයක් ලෙස ප්‍රකාශ වෙයි. මේ ප්‍රමේය සාධනය කිරීමේ දී සමාන්තර ප්‍රත්‍යක්‍ෂය යොදා ගැනෙයි. එහෙත් සමාන්තර ප්‍රත්‍යක්‍ෂය සාධනය කෙරී නැත!

ABC නම් ඕනෑම ත්‍රිකෝණයක කෝණ තුනෙහි ඓක්‍යය අංශක 180 බව සාධනය කිරීම සඳහා අපි පළමුව A ලක්‍ෂ්‍යය ඔස්සේ BC රේඛාවට සමාන්තර ව DAE රේඛාව නිර්මාණය කරමු. අප මේ රේඛාව නිර්මාණය කරන්නේ ඉහත සඳහන් ප්‍රත්‍යක්‍ෂයට අනුව එවැනි සමාන්තර රේඛා තිබිය හැක්කේ එකක් හා එකක් පමණක් බව අප දන්නා බැවිනි. ඒ රේඛාව නිර්මාණය කිරීමෙන් පසුව සමාන්තර සරල රේඛා දෙකක් තිර්යක් රේඛාවකින් ඡේදනය වූ විට ලැබෙන ඒකාන්තර කෝණ සමාන වේය යන ප්‍රමේයය හා සරල රේඛාවක බද්ධ කෝණවල ඓක්‍යය අංශක 180 ක් වේය යන ප්‍රමේයයත්, සමානයන්ගේ එකතු සමාන වේය යනුවෙන් ඇරිස්ටෝටලීය න්‍යායෙහි දැක්වෙන්නත් (එනම් $p=q$ හා $r=s$ නම් $p+r = q+s$ වේ හා එබැවින් $(p+r)+t = (q+s)+t$ වේ) කෝණවල අගයන්ගේ ඓක්‍යය සංඝටන (ඇසෝෂියේටිව්) (එනම් $q+s+t = (q+s) +t = q+(s+t)$) වේ යන්නත් යොදා ගෙන ත්‍රිකෝණයෙහි කෝණ තුනෙහි ඓක්‍යය අංශක 180 බව සාධනය කරමු.



රූප සටහන අනුව $< ABC = <DAB$ හා $< BCA = < EAC$ (ඒකාන්තර කෝණ)

දැන් $<ABC + <BCA + <CAB = (<ABC + <BCA)+ <CAB$ (සංඝටන නියමයෙන්)

$=(<DAB+<EAC) + <CAB$ (සමානවල එකතුව)

© Prof. Nalin De Silva

$= <DAB + (<EAC + <CAB)$ (සංඝටන නියමයෙන්)

$= <DAB + <EAB$

$= 180^{o}$ (සරල රේඛාවක පිහිටි බද්ධ කෝණ යුගලයක එකතුව)

සාමාන්‍යයෙන් ප්‍රමේයයෙහි සාධනය ලියන විට අපි කෝණවල එකතුව සඳහා සංඝටන නියමය වලංගු වන බව සඳහන් නොකරමු. මෙහි එය සඳහන් කර ඇත්තේ පරිපූර්ණත්වය සඳහා ය. එකතු කිරීම, ගුණ කිරීම වැනි දෑ බටහිර ගණිතයෙහි කර්ම (ඔපරේෂන්ස්) නමින් හැඳින්වෙයි. යම් කිසි කර්මයක දී සංඝටන නියමය වලංගු වේය යන්නෙන් කියැවෙන්නේ පද තුනක් හෝ එයට වැඩි පද සංඛ්‍යාවක් ඇති විට කර්මය කිනම් පද දෙකක් සඳහා මුලින් යෙදුව ද එකම ප්‍රතිඵලය ලැබෙන බව ය. ඒ නියමය වලංගු නොවන අවස්ථා ගණිතයෙහි වෙයි. ඉතා සරල උදාහරණයක් වනුයේ සංඛ්‍යා සම්බන්ධයෙන් බෙදීම නම් කර්මය ය. $(a/b)/c$, $a/(b/c)$ ට සමාන වන්නේ විශේෂ අවස්ථාවල පමණකි. $(10/2)/5 = 1$ වන නමුත් $10/(2/5) = 25$ වෙයි. ගුණ කිරීමෙහි දී මෙන් නොව බෙදීමෙහි දී අපි ප්‍රවේසම් විය යුතු වෙමු. සංඛ්‍යා තුනක් හෝ වැඩි ගණනක් ඇති විට පළමුව කුමකින් කුමක් බෙදිය යුතු ද යන්න ගැන සැලකිලිමත් විය යුතු ය.

ත්‍රිකෝණයක කෝණ තුනෙහි එකතුව අංශක 180 බව සාධනය කිරීමේ දී සමාන්තර ප්‍රත්‍යක්ෂයෙහි වැදගත් කම අපි ඉහත දුටුවෙමු. යුක්ලීඩීය ජ්‍යාමිතියෙහි ස්වසිද්ධි හෙවත් ප්‍රත්‍යක්ෂ එකිනෙකින් ස්වායත්ත වෙයි. මෙය ග්‍රීක චින්තනයෙහි වැදගත් ලක්ෂණයකි. එහි ඕනෑම දැනුම් පද්ධතියක ස්වසිද්ධි එකිනෙකින් ස්වායත්ත වෙයි. එමෙන් ම අන්‍යොන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර වෙයි. ඉන් අදහස් වන්නේ ඕනෑම ස්වසිද්ධියක් අනෙක් ස්වසිද්ධිවලින් වෙන් ව පවතින බව ය. ස්වසිද්ධි කිසිවක් සාධනය නොකෙරෙන බව කලින් සඳහන් කර ඇත. එබැවින් කිසිම ස්වසිද්ධියක් අනෙක් ස්වසිද්ධි ඇසුරෙන් සාධනය නොකළ හැකි විය යුතු ය. යම්කිසි ස්වසිද්ධියක් ලෙස සැලකුණු ප්‍රකාශයක් අනෙක් ස්වසිද්ධිවලින් සාධනය කළ හැකි බව පෙනී ගියහොත් එය තවදුරටත් ස්වසිද්ධියක් ලෙස නොසැලකෙයි. ග්‍රීක චින්තනයෙහි ඇති මේ ලක්ෂණය අපට වැදගත් වන්නේ කරුණු දෙකක් හේතුකොට ගෙන ය. පළමුවෙන් ම කලින් ද සඳහන් කර ඇති පරිදි එය යුදෙව් චින්තනයෙන් වෙනස් වෙයි. යුදෙව් චින්තනයෙහි මෙන් නොව සියල්ල එකකට ඌනනය කිරීමක් මෙහි දී සිදු නොවේ. ඒ වෙනුවට මුළු දැනුම් පද්ධතිය ම ස්වසිද්ධි කිහිපයකින් ඇරිස්ටෝටලීය න්‍යාය තුළ අපෝහනය කෙරෙයි. දෙවනුව මේ ස්වසිද්ධි කුලකය එකිනෙකින් ස්වායත්තව පවතියි. මෙය සිංහල බෞද්ධ චින්තනයෙන් වෙනස් වෙයි. සිංහල බෞද්ධ චින්තනයෙහි දැනුම් පද්ධතියක් ඇතැම් අවස්ථාවක ස්වසිද්ධි කිහිපයක් ආධාරයෙන් ඇරිස්ටෝටලීය හෝ චතුස්කෝටික හෝ න්‍යාය තුළ ලබා ගත හැකි වුව ද, එහි දී ඒ ස්වසිද්ධි එකිනෙකින් ස්වායත්ත ව නොපවතියි. (මේවා ස්වසිද්ධි ලෙස හැඳින්විය යුතු ද යන ප්‍රශ්නය වෙයි.) ඕනෑම ස්වසිද්ධියක් අනෙක් ස්වසිද්ධි සමග බැඳී ඇත. එක් සිවසිද්ධියක් අනෙක් ස්වසිද්ධිවලින් වෙන් කර ගත නොහැකි ය.

යුක්ලීඩීය ජ්‍යාමිතිය ආරම්භයේ සිට ම මෙන් පැවති ප්‍රශ්නයක් වූයේ සමාන්තර ස්වසිද්ධිය යනුවෙන් හැඳින්වූ ප්‍රකාශය ඇත්තට ම ස්වසිද්ධියක් ද නැත්නම් අනෙක් ස්වසිද්ධි ඇසුරෙන් සාධනය කළ හැකි වුවක් ද යන්න ය. බොහෝ බටහිර ගණිතඥයෝ සමාන්තර ස්වසිද්ධිය එසේ සාධනය කිරීමට උත්සාහ ගත්හ. අවසානයේ දී පෙනී ගිය කරුණ වූයේ සමාන්තර ස්වසිද්ධිය අනෙක් ස්වසිද්ධි ඇසුරෙන් සාධනය නොකළ හැකි බවත් එය ඇත්තට ම ස්වසිද්ධියක් බවත් ය. සමාන්තර ස්වසිද්ධිය ද තවත් ස්වසිද්ධියක් බව වටහාගත් බටහිර ගණිතඥයෝ අපූරු දෙයක් කළහ. එය ස්වසිද්ධියක් පමණක් නම් ඒ ස්වසිද්ධිය වෙනස්කර ඒ වෙනුවට වෙනත් ස්වසිද්ධියක් ආදේශ කලහොත් කිනම් ජ්‍යාමිතියක් ලැබේදැයි දැන ගැනීමට ඔවුන්ට අවශ්‍ය විය. එනම් එවැනි ජ්‍යාමිතියක ප්‍රමේය කවරේදැයි දැන ගැනීම ඔවුන්ගේ අරමුණ විය.

දෙන ලද සරල රේඛාවක් මත නොපිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් ඔස්සේ ඒ සරල රේඛාවට සමාන්තර සරල රේඛා එකකට වඩා ඇඳිය හැකිය යනුවෙන් සමාන්තර ස්වසිද්ධිය වෙනස් කර ගත හැකි ය. එසේත් නැතහොත් එවැනි අවස්ථාවක එකම සමාන්තර සරල රේඛාවක් හෝ ඇඳිය නොහැකිය යනුවෙන් ස්වසිද්ධියක් සකස් කර ගත හැකි ය. මෙලෙස යුක්ලීඩීය ජ්‍යාමිතියෙහි ඇති ස්වස්ද්ධි පද්ධතිය වෙනුවට වෙනත් ස්වසිද්ධි යොදා ගනිමින් නිර්මාණය කෙරෙන ජ්‍යාමිති නිර්යුක්ලීඩීය (නොන් යුක්ලීඩියන්) ජ්‍යාමිති ලෙස හඳුන්වනු ලැබෙයි.

© Prof. Nalin De Silva

දැන් ඔබට ප්‍රශ්න රාශියක් ඇති විය යුතු ය. එලෙස ස්වසිද්ධි වෙනස් කළ හැකි ද? ගණිතය යනු කිනම් සෙල්ලමක් ද? ගණිතය යනු කුමක් ද? අනෙක් දැනුම් පද්ධතිවල එලෙස ස්වසිද්ධි වේ ද? එසේ ඇත්නම් ඒ ස්වසිද්ධි ද වෙනස් කළ හැකි ද? දැනුම ම යනු කුමක් ද? ආදී වශයෙන් ප්‍රශ්න දැන් පැන නැගිය යුතු ය. මේ සියල්ලට ම පිළිතුරු මේ ලිපි මාලාවෙන් දීමට අදහස් නොකරමි. කෙසේ වෙතත් ඇතැම් ප්‍රශ්න ගැන අපි ඉදිරියේ දී අවධානය යොමු කරමු. බොහෝ දෙනා එසේ නොසිතුව ද ගණිතය යනු එක් අතකින් ගත් කල සෙල්ලමකි. අනෙක් දැනුම් ද එලෙස ම සෙල්ලම් ලෙසත් ගත හැකි ය. සෙල්ලම් ලෙල්ලම් වන අවස්ථා ද ඇති බව පමණක් මතක තබා ගත යුතු ය.

ජ්‍යාමිති ක්‍රීඩාවෙහි නීති රීති වෙනස් කිරීමෙන් විවිධ ජ්‍යාමිති ලැබෙන්නේ ක්‍රිකට් ක්‍රීඩාවෙහි නීති රීති වෙනස් කිරීමෙන් විවිධ ක්‍රිකට් ලැබෙන පරිදි ය. ටෙස්ට් ක්‍රිකට් එක් දින සීමිත පන්දුවාර ක්‍රිකට් ක්‍රීඩාවෙන් වෙනස් වෙයි. පසුගිය දා බ්‍රිතාන්‍යයේ දී හඳුන්වා දෙන ලද ගෘහස්ත ක්‍රීඩාංගනයක කෙරෙන පන්දු වාර පහළොවේ ඉනිම දෙකකින් යුත් ක්‍රීඩාව වෙනත් ම ක්‍රිකට් ක්‍රීඩාවකි. එහි හතරේ හා හයේ පහරවල් පමණක් නොව අටේ, දහයේ හා දොළහේ පහරවල් ද වෙයි. පොල් වත්තක කඩුල්ල වෙනුවට පොල් පිත්තක් සිටුවා ක්‍රීඩකයන් හත්දෙනා අටදෙනා ආදී වශයෙන් එක් කණ්ඩායමකට ගෙන කරන ක්‍රිකට් ක්‍රීඩාව වෙනත් ම එකකි. පොල් ගසක වැදී බිමට පහත්වන පන්දුව උඩ පන්දුවක් ලෙස සැලකිය හැකි ද? එවැනි පන්දුවක් අල්ලා ගතහොත් පිතිකරු දැවී යන්නෙන් ද? එය තීරණය කරන්නේ කවු ද? ජාත්‍යන්තර ක්‍රිකට් සම්මේලනය ද? ක්‍රිකට් ක්‍රීඩාවට වාස්තවික නීති රීති තිබේ ද?

මහාචාර්ය නලින් ද සිල්වා

© Prof. Nalin De Silva