තාත්ත්විකයේ අතාත්ත්විකය

ක්වොන්ටම් භෞතික විද්‍යාව සහ සාපේක්ෂතාවාදය එකතුකිරීමට බටහිර භෞතික විද්‍යාඥයන් බොහෝ කලක සිට උත්සාහකරණ නමුත් ඒ කරගත නොහැකි වී ඇත. අවුරුදු හැත්තෑපහක පමණ කාලයක් බටහිර පහළවූ ඉතාමත් බුද්ධිමත් පිරිසකට ඒ කරගත නොහැකි වුයේ ඇයි ද යන්න ම ප්‍රශ්නයක් වෙයි. තන්තු ප්‍රවාදය (String Theory) ඔස්සේ ඒ කරගත හැකියැයි ඇතැමුන් සිතන නමුත් මුළුමහත් සූත්‍රගත කිරීමෙහි ම විශාල ගැටළුවක් ඇති බව පැහැදිලි ය. සමහරවිට ක්වොන්ටම් භෞතික විද්‍යාව හා සාපේක්ෂතාවාදය කෙදිනකවත් එකතුකිරීමට නොහැකි වීමට ද ඉඩ ඇත.

සාපේක්ෂතාවාදයෙහි කාලය හා අවකාශ ඛණ්ඩාංක අතර සමමිතිකයක් ගැන කියැවෙන්නේ යැයි කලින් සඳහන්කෙරී ඇත. එහෙත් කාලය හා අවකාශ ඛණ්ඩාංක අතර පරිපූර්ණ සමමිතිකයක් නොමැති බව ද සඳහන්කෙරී ඇත. සිද්ධි දෙකක් අතර අවකාශ - කාල ප්‍රාන්තරය (space – time interval) ලිවීමේ දී කාලයෙහි වර්ගයෙහි සංගුණකය ධන නම් අවකාශ ඛණ්ඩාංකවල වර්ගයන්ගේ සංගුණක සෘණ ලෙස ගැනෙයි. පැහැදිලිව ම එහි සමමිතියක් නැත. එහි සමමිතියක් ඇතිකිරීමට නම් කාලය √-1 න් ගුණකළ යුතුව ඇත. √-1 න් ගුණකිරීම යනු අතාත්ත්වික (imaginary) සංඛ්‍යාවකින් ගුණකිරීමක් වෙයි. √-1, *i* අකුරෙන් සංකේතවත් කෙරෙයි.

බොහෝදෙනාට ප්‍රශ්නයක් වනු ඇත්තේ අතාත්ත්වික සංඛ්‍යාවකින් ගුණකිරීමෙන් භෞතීය වැදගත්කමක් ඇති රාශි ලබාගන්නේ කෙසේ ද යන්න ය. එහෙත් බටහිර භෞතික විද්‍යාවෙහි එසේ අතාත්ත්වික නැත්නම් සංකීරණ සංඛ්‍යා යොදාගන්නා තැන් බොහෝමයක් වෙයි. ක්වොන්ටම් භෞතිකවිද්‍යාව, විද්‍යුත්චුම්බක ප්‍රවාදය (Electromagnetic Theory), තරල ගතිකය (Fluid Dynamics) මේ සම්බන්ධයෙන් කැපී පෙනෙන ක්ෂෙත්‍ර වෙයි. අතාත්ත්වික සංඛ්‍යාවලට අතාත්ත්වික යැයි කීව ද ඒවාහි භෞතික වැදගත්කමක් නැතිවා නො වෙයි.

සාමාන්‍ය තාත්ත්වික යැයි කියන සංඛ්‍යාවකින් තවත් සංඛ්‍යාවක් ගුණකළහොත් අපට යම් දික්කිරීමක් ලැබෙයි. උදාහරණයක් ලෙස 7, 8න් ගුණකළහොත් 56ක් හෙවත් 7 මෙන් 8 ගුණයක් ලැබෙයි. තලයක පිහිටි x අක්ෂය හා y අක්ෂය ගනිමු. ඒ අක්ෂ ඡෙදනයවන මූලය O යැයි ද සිතමු.O සිට x අක්ෂය දිගේ ඒකක 7කින් ඇති ලක්ෂ්‍යය P යැයි සිතමු. O සිට x අක්ෂය දිගේ ඒකක 56කින් ඇති ලක්ෂ්‍යය Q යැයි ද සිතමු. දැන් Q ලක්ෂ්‍යය P ලක්ෂ්‍යය මෙන් O සිට 8ගුණයක් ඈතින් ඇතැයි සැලකිය හැකි ය. වෙනත් අයුරකින් කියන්නේ නම් P ලක්ෂ්‍යයෙන් 7ද Q ලක්ෂ්‍යයෙන් 56 ද නිරූපණයවන්නේ යැයි සිතිය හැකි ය. බෙදීමෙන් ලැබෙන සංඛ්‍යා ද සුදුසු ලක්ෂ්‍යවලින් නිරූපණයවන්නේ යැයි ගතහැකි ය.

තාත්ත්වික සංඛ්‍යාවක් අතාත්ත්වික සංඛ්‍යාවකින් ගුණකළ විට ලැබෙන සංඛ්‍යාව යම්කිසි ලක්ෂ්‍යයකින් නිරූපණය කළහැකි වෙයි ද? 7, *i* සංඛ්‍යාවෙන් ගුණකළහොත් ලැබෙන සංඛ්‍යාව 7*i* වෙයි. මේ සංඛ්‍යාව පැහැදිලිව ම x අක්ෂයෙහි පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකින් නිරූපණය නොකළහැකි වෙයි. එහෙත් ඉන් කියැවෙන්නේ 7*i* සංඛ්‍යාව නිරූපණයකරන ලක්ෂ්‍යයක් නොමැති බව නො වෙයි. 7*i* සංඛ්‍යාව නිරූපණයකරන R ලක්ෂ්‍යයක් වෙයි. එහෙත් R පිහිටින්නේ x අක්ෂයෙහි නොව y අක්ෂයෙහි ය. වෙනත් අයුරකින් කියන්නේ නම් OP රේඛා ඛණ්ඩය සෘජු කෝණයකින් වාමාවර්තව භ්‍රමණයකිරීමෙන් අපට OR ලබාගත හැකි ය. 7*i* සංඛ්‍යාව නැවතත් *i* සංඛ්‍යාවෙන් ගුණකළහොත් -7 ලැබෙයි. ඒ සංඛ්‍යාව නිරූපණයකෙරෙන ලක්ෂ්‍යය OR රේඛා ඛණ්ඩය සෘජු කෝණයකින් වාමාවර්තව භ්‍රමණයකිරීමෙන් ලැබෙයි.

තාත්ත්වික සංඛ්‍යාවකින් ගුණකිරීමෙන් දික්කිරීමක් (හෝ සංකෝචනයක්) ලැබෙන්නාක් මෙන් අතාත්ත්වික සංඛ්‍යාවකින් ගුණකිරීමෙන් වාමාවර්ත භ්‍රමණයක් ලැබෙන්නේ යැයි අපට ඉහත සඳහන් දැයින් කියැවෙන්න දළ වශයෙන් ප්‍රකාශකළ හැකි ය. අතාත්ත්වික සංඛ්‍යාවකින් බෙදුවහොත් දක්ෂිණාවර්ත භ්‍රමණයක් ලැබෙයි. සංකිර්ණ සංඛ්‍යාවකින් ගුණකිරීමෙන් දික්කිරීමක් මෙන්ම භ්‍රමණයක් ද ලැබෙයි. මේ කරුණු සංකිර්ණ සංඛ්‍යා හා ආර්ගන්ඩ් රූසටහන ගැන දන්නා අයට අළුත් කරුණු නො වෙයි. මෙයින් පෙනී යන්නේ අතාත්ත්වික යැයි හැඳින්වෙන සංඛ්‍යාවලට ද යම්කිසි තාත්ත්වික ජ්‍යාමිතික (භෞතික) පදනමක් ඇති බව ය!

© Prof. Nalin De Silva

මෙය තරමක දාර්ශනික ගැටළුවක් මතුකරයි. අතාත්ත්වික සංඛ්‍යාවලට අතාත්ත්වික යැයි කීම නිවැරදි ද? තාත්ත්වික හා අතාත්ත්වික අතර වෙනස කුමක් ද? තාත්ත්වික සංඛ්‍යාවලට ඉංගිරිසියෙන් කියන්නේ රියල් (real) කියා ය. රියල් යන්නෙහි යථාර්ථය, මිනිසාගෙන් තොරව පවතින්නේ ය ආදී අර්ථ වෙයි. අතාත්ත්වික යන්න ඉංගිරිසියෙන් ඉමැජිනරි (imaginary) වෙයි. එහි සිතෙන් මවාගන්නා යන අරුත වෙයි. එවැනි සංඛ්‍යා යථාර්ථයක් ලෙස නැතිබවත්, එහෙත් ඒ සිතෙහි නිර්මාණය කරගත හැකිබවත් ඉන් අදහස් වෙයි. මේ බටහිරයන් සිතන ආකාරය වෙයි. එහෙත් සිංහල බෞද්ධයන් එලෙස ම සිතිය යුතු ද?

බටහිරයන් තාත්ත්වික හා අතාත්ත්වික සංඛ්‍යා අතර දාර්ශනික වශයෙන් වෙනසක් ඇතිකරගත්ත ද සිංහල බෞද්ධයන් එසේ කිරීම අවශ්‍ය නො වෙයි. තාත්ත්වික යනුවෙන් වෙනසක් කිරීමට තරම් ගුණයක් තාත්ත්වික සංඛ්‍යාවල නොමැත. අතාත්ත්වික සංඛ්‍යා මෙන් ම තාත්ත්වික සංඛ්‍යා ද මිනිසාගේ නිර්මාණ වෙයි. ඒ සියල්ල නිර්මාණය කෙරෙන්නේ මනසෙහි ය. එහෙත් යමකුට මෙවැනි ප්‍රශ්නයක් ඇසිය හැකි ය. පොල් ගෙඩි තුනක් යැයි කීවිට අපට පොල් ගෙඩි තුනක් භෞතිකව ම ලබාගත හැකි ය. අපට පොල් ගෙඩි තුන පෙනෙන්නට ඇත. ඒ අවශ්‍ය නම් ස්පර්ශකළ හැකි ය. කෙටියෙන් කිවහොත් පොල් ගෙඩි තුන ඉන්ද්‍රිය ගෝචර වෙයි. එහෙත් පොල් ගෙඩි i යනු කුමක් ද? කොපමණ ද? එතැන පොල් ගෙඩි කීයක් වේ ද?

පොල් ගෙඩි i යනු කොපමණ දැයි ගණන් බැලීමට පෙර පොල් ගෙඩි සෘණ තුනක් (-3) යනු කොපමණ දැයි සොයා බලමු. පොල් ගෙඩි සෘණ තුනක් දැකගැනීමට හැකි ද? ඒ ස්පර්ශකිරීමට හැකි ද? ඒ භෞතික වශයෙන් පවතින්නේ ද? පොල් ගෙඩි සෘණ තුන ඉන්ද්‍රිය ගෝචර නො වෙයි. එහෙත් සෘණ තුන ද තාත්ත්වික සංඛ්‍යාවක් ලෙස සැලකෙයි. මා යම්කිසි පුද්ගලයකුට රුපියල් තුන්දාහක් ණය නම් මට රුපියල් සෘණ තුන්දාහක් වේ යැයි කිව හැකි ය. මට දැන් රුපියල් තුන්දාහක් ලැබුණහොත් ඒ මුදල් ණයෙන් මිදීමට යොදාගත හැකි ය. ණය ගෙවීමෙන් පසුව මා සතු මුදලක් නො වෙයි. ධන තුන්දාහ සහ සෘණ තුන්දාහ එකතු වී ශූන්‍ය ලැබෙයි. සෘණ සංඛ්‍යාවලට එවැනි අර්ථකථනයක් දියහැකි වෙයි.

මෙයින් පැහැදිලිවන්නේ සෘණ සංඛ්‍යාවලින් ඉන්ද්‍රිය ගෝචර යමක් ප්‍රකාශ නොවන නමුත් ඒ ද මිනිසාගේ මනසේ නිර්මාණයක් වන නමුත් එයට භෞතික අර්ථවිවරණයක් ලබාදිය හැකි බව ය. O මුලයෙන් පටන්ගෙන x අක්ෂය දිගේ දකුණට යත්ම ධන සංඛ්‍යා නිරූපණයකරන ලක්ෂ්‍ය ලැබෙයි නම් ඒ අක්ෂය දිගේ වමට යත්ම සෘණ සංඛ්‍යා නිරූපණයකරන ලක්ෂ්‍ය ලැබෙයි.

එලෙසම ආගන්ඩ් රූසටහනෙහි x අක්ෂයේ පිහිටි ලක්ෂ්‍ය මගින් තාත්ත්වික සංඛ්‍යා නිරූපණය කෙරෙයි නම් y අක්ෂයෙහි පිහිටි ලක්ෂ්‍ය මගින් අතාත්ත්වික සංඛ්‍යා නිරූපණය කෙරෙයි. තාත්ත්වික සංඛ්‍යාවක් නිරූපණයකරන OP රේඛා ඛණ්ඩයක් සෘජු කෝණයකින් වාමාවර්තව භ්‍රමණයකිරීමෙන් අතාත්ත්වික සංඛ්‍යාවක් නිරූපණයකරන OQ රේඛා ඛණ්ඩය ලැබෙයි. OQ රේඛා ඛණ්ඩය වාමාවර්තව තවදුරටත් සෘජු කෝණයකින් භ්‍රමණයකිරීමෙන් සෘණ සංඛ්‍යාවක් නිරූපණයකරන රේඛා ඛණ්ඩයක් ලැබෙයි. මෙයින් පැහැදිලිවිය යුතු කරුණක් නම් x අක්ෂයේ ධන සංඛ්‍යාවක් නිරූපණයකරන රේඛා ඛණ්ඩයක් වාමාවර්තව හෝ දක්ෂිණාවර්තව හෝ සෘජු කෝණ දෙකකින් භ්‍රමණයකිරීමෙන් සෘණ සංඛ්‍යාවක් නිරූපණයකරන රේඛා ඛණ්ඩයක් ලැබෙන බව ය.

රේඛා ඛණ්ඩයක් සෘජු කෝණ දෙකකින් භ්‍රමණයකිරීමෙන් මුල් රේඛා ඛණ්ඩයෙන් නිරූපණයවන සංඛ්‍යාවෙ සෘණ අගය නිරූපණය කරන රේඛා ඛණ්ඩයක් ලැබෙයි නම් හා මුල් සංඛ්‍යාව ආධාරයෙන් ඉන්ද්‍රිය ගෝචර වස්තු කිහිපයක් (සංඛ්‍යාව නිඛිලයක් වූ විට) නිරූපණය කෙරෙයි නම් තාත්ත්වික සංඛ්‍යාවක් වුව ද අළුත් සංඛ්‍යාව ආධාරයෙන් ඉන්ද්‍රිය ගෝචර වස්තු නිරූපණය නොවන බව අවධාරණයකළ යුතුවෙයි. එබැවින් අතාත්ත්වික සංඛ්‍යා ආධාරයෙන් පමණක් ඉන්ද්‍රිය ගෝචර වස්තු නිරූපණය කෙරෙන්නේ දැයි ඇසීම පරස්පර විරෝධී වෙයි.

මෙහි දී තවත් වැදගත් කරුණක් සඳහන්කළ යුතුවෙයි. තාත්ත්වික සංඛ්‍යා ආධාරයෙන් ඉන්ද්‍රිය ගෝචර වස්තු නිරූපණයකළ හැකි වුව ද තාත්ත්වික සංඛ්‍යා ඉන්ද්‍රිය ගෝචර නො වෙයි. පොල් ගෙඩි තුනක් අපට දැකබලාගත හැකි

© Prof. Nalin De Silva

වුව ද, තුන නම් සංඛ්‍යාව දැකබලාගත නො හැකි ය. එයට හේතුව තාත්ත්වික සංඛ්‍යා ඉන්ද්‍රිය ගෝචර නො වීම ය. හතර, පහ, හය ආදිය ඉන්ද්‍රිය ගෝචර දෑ නො වෙයි. එබැවින් තාත්ත්වික සංඛ්‍යා වුව ද ඉන්ද්‍රිය ඩෝචර නොවන බව වටහාගත යුතු වෙයි.

මේ ප්‍රශ්නය දකින තවත් ක්‍රමයක් ද වෙයි. $x + 1 = 0$ සමීකරණයෙහි මූලය ඇත්තේ සෘණ සංඛ්‍යා කුලකයෙහි ය. ඒ විසඳුම අන් කිසිවක් නොව $x = -1$ යන්න ය. එවිට -1 යන සංඛ්‍යාව යම්කිසි සමීකරණයක විසඳුමක් ලෙස පවතියි. සමීකරණයක විසඳුමක් ලෙස පැවතීම ද යම් ආකාරයක පැවැත්මක් වෙයි. පැවැත්ම යනු ඉන්ද්‍රිය ගෝචර පැවැත්මක් පමණක් විය යුත්තේ ඇයි? අනෙක් අතට ඉන්ද්‍රිය ගෝචර පැවැත්ම ද මනසේ නිර්මානයක් වෙයි. ඉන්ද්‍රිය ගෝචර වස්තුවක් යැයි කියැවෙන්නක් නිර්මානය වන්නේ මනසෙහි සහ අනෙක් ඉන්ද්‍රියවල එකතුවෙන් ය. පොල් ගෙඩිය පොල් ගෙඩියක් වන්නේ සිංහලයන්ට මිස ඉංගිරිසින්ට නො වෙයි. ඉංගිරිසින්ට එය කොකනට් වෙයි. කොකනට් යනු පොල් ගෙඩියක් ම නොවන බව කලින් සඳහන් කෙරී ඇත.

අතාත්ත්වික යැයි කියැවෙන සංඛ්‍යා ද යම්කිසි සමීකරණවල විසඳුම් වෙයි. උදාහරණයකට *i* යන සංක්‍යාව $x^2+1 = 0$ සමීකරණයෙහි විසඳුමක් වෙයි. එයට යම් පැවැත්මක් වෙයි. අතාත්ත්වික සංඛ්‍යාවකින් ගුණකිරීමෙන් රේඛා ඛණ්ඩ භ්‍රමණය වෙයි. එසේ නම් අතාත්ත්ත්වික සංඛ්‍යා අතාත්ත්වික වන්නේත් තාත්ත්වික සංඛ්‍යා තාත්ත්වික වන්නේත් ඇයි? තාත්ත්වික සංඛ්‍යා යැයි කියැවෙන සංඛ්‍යා සමග ඉන්ද්‍රිය ගෝචර පොල් ගෙඩි තුනක් වැනි දෑ සම්බන්ධකිරීමට හැකිවීම එයට හේතුව නොවිය හැකි ය. අතාත්ත්වික සංඛ්‍යාද යම් ආකාරයක භෞතික සංසිද්ධි සමග සම්බන්ධකළ හැකි ය. එමෙන් ම සංඛ්‍යා ලෙස ගතහොත් තාත්ත්වික සංඛ්‍යාවලට ද ඉන්ද්‍රිය ගෝචර පැවැත්මක් නැත.

මහාචාර්ය නලින් ද සිල්වා

© Prof. Nalin De Silva