# අංශුවක ගම්‍යතාව නිර්මානය කිරීම

සම්භාව්‍ය හෙවත් නිව්ටෝනීය අංශුවක පිහිටීම (දිශානතිය ද ඇතුළුව) හා ගම්‍යතාව එකවිට දැනගත (මැනගත) හැකි බව ද එහෙත් ක්වොන්ටම් අංශුවක එසේ දැනගත නොහැකි බව ද අපි දුටුවෙමු. එමෙන් ම ඒ කරුණ ඕනෑම ප්‍රතිබද්ධ ගතිමය විචල්‍ය (conjugate dynamical variables) දෙකක් අනුබද්ධයෙන් වලංගුවන බව ද දුටුවෙමු. ක්වොන්ටම් භෞතිකයෙහි දී එලෙස ප්‍රතිබද්ධ ගතිමය විචල්‍ය දෙකක් එකවිට මැනගත නොහැක්කේ අපේ උපකරණවල ඇති අඩුපාඩුවක් නිසා නො වෙයි. උපකරණ තවදුරටත් වර්ධනය කෙරුණ ද, ප්‍රතිබද්ධ ගතිමය විචල්‍ය දෙකක් එකවිට මැනගත නොහැකි බව ක්වොන්ටම් භෞතිකයෙන් කියැවෙයි.

එයට හේතුව ක්වොන්ටම් භෞතිකයෙහි අනිශ්චය මූලධර්මය වලංගුවීම ය. හයිසන්බර්ග් විද්වතාගේ නමින් ඇති මේ මූලධර්මයට අනුව අපි අංශුවක පිහිටීම නිශ්චිතව ම දන්නේ නම් (මැනගෙන ඇත්නම්) එහි ගම්‍යතාව ගැන කිසිත් නොදන්නෙමු. අප අංශුවෙහි ගම්‍යතාව දැනගන්නේ, එනම් එහි ගම්‍යතාව මැනගන්නේ ඒ සඳහා අවශ්‍ය උපකරණ අංශුව මත ක්‍රියාකරවීමෙන් ය. ඒ උපකරණ අංශුව මත යෙදීමේ ප්‍රතිඵලයක් ලෙස අංශුවට එතෙක් නොතිබූ ගම්‍යතාවක් ලැබෙයි. අප මැනගන්නේ කුමක් ද යන ප්‍රශ්නය එවිට පැනනගියි.

කෝපන්හේගන් විවරණය වැදගත්වන්නේ මේ ගුණය තේරුම්ගැනීමේ දී ය. අපට මෙහි දී ඇතැම් ගණිත සංකල්ප යොදාගැනීම පහසුවක් වෙයි. ඒ ගණිත සංකල්ප තේරුම්ගැනීමට නොහැකි වුව ද එහි එතරම් ගැටළුවක් නැත. තම තමන්ට තේරෙන පමණින් ගණිත සංකල්ප පිළිබඳ අවධානය යොමුකළ හැකි ය. නිව්ටෝනීය හෙවත් සම්භාව්‍ය භෞතිකයෙහි දී අංශුවක් විස්තරකෙරෙන්නේ එහි පිහිටීම, ගම්‍යතාව ආදී ගතිමය විචල්‍ය ගැන සඳහන්කිරමෙනි. යම් කාලයක දී අංශුවෙහි (අංශු පද්ධතියක් නම් ඒ ඒ අංශුවෙහි, දෘඪ වස්තුවක නම් එහි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයෙහි හා ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයට සාපේක්ෂව වස්තුවෙහි දිශානතියෙහි) පිහිටීම, ගම්‍යතාව (දෘඪ වස්තුවක නම් ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයෙහි ගම්‍යතාව හා වස්තුවෙහි කෝණික ගම්‍යතාව) ගැන සඳහන්කිරීම සම්භාව්‍ය භෞතිකයෙහි සාමාන්‍ය පිළිවෙත වෙයි.

එහෙත් ක්වොන්ටම් භෞතිකයෙහි එසේ නො කෙරෙයි. එහි දී අංශුව (හෝ පද්ධතිය) යම්කිසි ගණිතමය භූතාර්ථයකින් (entity) නිරූපණයකෙරෙයි. ඒ ගණිතමය භූතාර්ථය දෛශිකයක් (vector) වෙයි. එහෙත් ඒ සාමාන්‍ය දෛශිකයකට වඩා වෙනස් වෙයි. සාමාන්‍ය දෛශිකයක් අපට ජ්‍යාමිතියෙහි දී (යුක්ලිඩීය අවකාශයෙහි) රේඛා ඛණ්ඩයකින් නිරූපණය කළහැකි ය. ක්වොන්ටම් භෞතිකයෙහි සඳහන්වන දෛශික හිල්බට් විද්වතාගේ නමින් කියැවෙන අවකාශයක (හිල්බට් අවකාශයෙහි – Hilbert Space) සාමාජිකයන් වේයැයි කියනු ලැබේ. හිල්බට් අවකාශය යනු කුමක්දැයි දැනගැනීම මෙහි දී අවශ්‍ය නො වෙයි. අපට අවශ්‍යවන්නේ ක්වොන්ටම් භෞතිකයෙහි දී අංශුවක හෝ පද්ධතියක හෝ යම් අවස්ථාවක් ගණිතමය රාශියකින් නිරූපණයවන බව දැනගැනීම ය.

මෙයින් කියැවෙන්නේ අංශුව හෝ පද්ධතිය හෝ කාලය සමග (කාලය අර්ථ දැක්වෙන විට) වෙනස්වන විට ඒ නිරූපණය කෙරෙන දෛශිකය ද වෙනස්වන බව ය. අංශුවේ ඒ ඒ අවස්ථාව හිල්බට් අවකාශයෙහි ඒ ඒ දෛශිකය මගින් නිරූපණයකෙරෙයි. අංශුවෙහි ගම්‍යතාව යම්කිසි අගයක් ගන්නා විට එහි අවස්ථාව යම් දෛශිකයකින් නිරූපණයවන්නේ යැයි සිතමු. එවිට අංශුවට වෙනත් ගම්‍යතා අගයක් ඇතිවිට එහි අවස්ථාව වෙනත් දෛශිකයකින් නිරූපණය වෙයි. අංශුවෙහි පිහිටීම සම්බන්ධයෙන් ද එලෙස විවිධ දෛශික වෙයි.

අංශුව යම් පිහිටීමක ඇතැයි සිතමු. එවිට එය හිල්බට් අවකාශයෙහි යම් දෛශිකයකින් නිරූපණයකෙරෙයි. දැන් අපි අංශුවෙහි ගම්‍යතාව මනින්නේ යැයි සිතමු. අපට ඒ සඳහා යම්කිසි උපකරණයක් යොදාගැනීමට සිදුවෙයි. ඒ මැනීමෙහි ප්‍රතිඵලයක් ලෙස අපට අංශුවෙහි ගම්‍යතාව සඳහා යම් අගයක් නිශ්චිත ව ලැබෙයි. එහෙත් මේ අගය කුමක් දැයි අපට කල්තබා දැනගත නො හැකි ය. අප ඒ අගය දැනගන්නේ මැනගැනීමෙන් පසුව ය. මේ මැනීම ක්වොන්ටම් භෞතිකයෙන් විස්තරකෙරෙන්නේ කාරකයක් (Operator) යෙදීමෙහි ප්‍රතිඵලයක් ලෙස ය. අංශුවක ගම්‍යතාව මැනගැනීම යනු යම් කාර්යයක් සිදුකිරීමකි. ඒ කාර්යය නිරූපණයකෙරෙන්නේ හිල්බට් අවකාශයෙහි කාරකයක් මගින් ය. අංශුවෙහි අවස්ථාව හිල්බට් අවකාශයෙහි දෛශිකයකින් නිරූපණයකෙරෙන අතර විවිධ මැනගැනීම් හිල්බට්

© Prof. Nalin De Silva

අවකාශයෙහි කාරක මගින් නිරූපණයකෙරෙයි. උපකරණයක් යොදාගනිමින් අංශුවෙහි යම් ගුණයක් මැනගැනීම ඒ අදාළ දෛශිකය මත අදාළ කාරකය යෙදීමෙන් නිරූපණයකෙරෙයි.

අංශුවක අවස්ථාවක් යම් දෛශිකයකින් නිරූපණයවන්නේ යැයි සිතමු. යම් උපකරණයක් අංශුව මත යෙදීමේ ප්‍රතිඵලයක් ලෙස බොහෝවිට අංශුවෙහි අවස්ථාව වෙනස් වෙයි. කාරකයක් දෛශිකයක් මත යෙදීමෙහි ප්‍රතිඵලයක් ලෙස බොහෝවිට වෙනත් දෛශිකයක් ලැබෙයි. එලෙස ලැබෙන නව අවස්ථාව නව දෛශිකයෙන් නිරූපණයකෙරෙයි. මෙහි බොහෝවිට යනුවෙන් සඳහන්වන්නේ ඇතැම් විටෙක අංශුවෙහි අවස්ථාව වෙනස් නොවන බැවින් ය. යම්කිසි අංශුවක ගම්‍යතාව දන්නේ යැයි සිතමු. එනම් ඒ අංශුවෙහි ගම්‍යතාව සම්බන්ධයෙන් අපි නිශ්චිත අගයක් දනිමු. අංශුවේ ඒ අවස්ථාව යම්කිසි දෛශිකයකින් නිරූපණයකෙරෙයි. දැන් අපි නැවතත් අංශුවේ ගම්‍යතාව මනින්නේ යැයි සිතමු. එවිට අංශුවට කුමක් සිදුවේ ද?

ගම්‍යතාව දන්නා (එනම් ගම්‍යතා අගය දන්නා) අංශුවක නැවතත් ගම්‍යතාව මැන්නොත් අපට ලැබෙන්නේ ඒ කලින් දත් අගයම ය. එමෙන් ම ඒ මැනීම හේතුවෙන් අංශුවේ අවස්ථාව ද වෙනස් නො වෙයි. එයට අනුරූප ව අංශුවේ අවස්ථාව නිරූපණයකරන දෛශිකය මත ගම්‍යතාව මැනීමට අදාළ කාරකය යෙදීමෙන් දෛශිකය වෙනස් නො වෙයි. ගම්‍යතාව දන්නා අංශුවක තව කිහිප වතාවක් ගම්‍යතාව මැන්නත් ලැබෙන්නේ කලින් ලබා තිබූ අගය ම ය. අනුරූප වශයෙන් අදාළ කාරකය නැවත නැවත යෙදීමෙන් දෛශිකය වෙනස් නො වෙයි. මෙය ගම්‍යතාවට පමණක් නොව වෙනත් ඕනෑම ගතිමය විචල්‍යයක් සඳහා ද අදාළ පරිදි වලංගු වෙයි.

යම් කාරකයක් යම් දෛශිකයකට යෙදීමෙන් දෛශිකය වෙනස් නොවන්නේ නම් ඒ දෛශිකයට කාරකයේ අයිගන් දෛශිකයක් (eigen vector) යැයි කියනු ලැබෙයි. එමෙන් ම මැනීමෙන් ලැබෙන අගයට අයිගන් අගයක් යැයි කියනු ලැබෙයි. ගණිතයෙහි යෙදෙන භාෂාවෙන් ඒ අදාළ දෛශිකයට කාරකයෙහි අදාළ අයිගන් අගයට අයත් අයිගන් දෛශිකයක් යැයි කියනු ලැබෙයි. වෙනත් වචනවලින් කියන්නේ නම් අංශුවක අවස්ථාවක් යම් කාරකයක අයිගන් දෛශිකයකින් නිරූපණයවන්නේ නම් ඒ කාරකයට අනුරූප ගතිමය විචල්‍යය මැනීමේ දී ඒ විචල්‍යයට කලින් ලැබුණු අගය ම ලැබෙන අතර අංශුවේ අවස්ථාව හා අදාළ දෛශිකය වෙනස් නො වෙයි.

අංශුවේ අවස්ථාවත් අදාළ දෛශිකයත් වෙනස්වන්නේ අප අගය දන්නා ගතිමය විචල්‍යයෙහි ප්‍රතිබද්ධ විචල්‍යය මැනීමට ගියහොත් ය. ඒ ගතිමය විචල්‍යය ම දිගින් දිගට ම නිරීක්ෂණය කළහොත් (අගය මැන්නොත්) අපට එකම අගයක් ලැබෙන අතර අංශුවේ අවස්ථාව හෝ දෛශිකය හෝ වෙනස් නො වෙයි. එහෙත් ප්‍රතිබද්ධ විචල්‍යය මැනීමට ගියහොත් අංශුවේ අවස්ථාව ද අවස්ථාව නිරූපණයකරන දෛශිකය ද වෙනස් වෙයි. මැනීමෙහි ප්‍රතිඵලයක් ලෙස අපට ප්‍රතිබද්ධ ගතිමය විචල්‍යයට අප එතෙක් නොදැන සිටි අගයක් ලැබෙයි. ඒ අගය කුමක් වේදැයි අපට නිශ්චිතව කිවහැකි නො වෙයි.

හයිසන්බර්ග් අනිශ්චය මූලධර්මය යනුවෙන් හැඳින්වෙන්නේ මේ ප්‍රතිබද්ධ ගතිමය විචල්‍ය එකවිට මැනගැනීමට නොහැකිවීම ය. ඒ මූලධර්මය අයිගන් අගය ආශ්‍රයෙන් ප්‍රකාශකරන්නේ කෙසේ ද? නැතහොත් විවරණයකරන්නේ කෙසේ ද? කෝපන්හේගන් අර්ථවිවරණය යනුවෙන් හැඳින්වෙන්නෙහි ඒ ප්‍රශ්නය ද සාකච්ඡාකෙරෙයි. මෙහි දී අපේ අවධානයට ලක්වන්නේ යම් ගතිමය විචල්‍යයක් මැනගෙන ඇතිවිටක එහි ප්‍රතිබද්ධ විචල්‍යය ගැන කිවහැක්කේ කුමක් ද යන්න ය. කෝපන්හේගන් අර්ථවිවරණයට අනුව ප්‍රතිබද්ධ විචල්‍යය කෙසේවත් නො පවතියි. අංශුව පවතින්නේ එක් අවස්ථාවක පමණ ය. ඒ අවස්ථාව ඒ වනවිටත් මැනගෙන ඇති විචල්‍යය සඳහා ය. ඒ අවස්ථාව නිරූපණයකරන දෛශිකයක් වෙයි. ඒ දෛශිකය ඒ මැනගැනීමට අදාළ කාරකයෙහි අයිගන් දෛශිකයක් වෙයි. අංශුවෙහි අවස්ථාව මුළුමනින්ම ඒ අයිගන් දෛශිකයෙන් නිරූපණයවන බැවින් අනෙක් ප්‍රතිබද්ධ ගතිමය විචල්‍යයේ අයිගන් දෛශික අවශ්‍ය නො වෙයි.

එහෙත් ප්‍රතිබද්ධ ගතිමය විචල්‍යය නිරීක්ෂණයකළ වහාම අංශුව ඒ ප්‍රතිබද්ධ ගතිමය විචල්‍යයේ අයිගන් දෛශිකයකින් නිරූපණයකෙරෙයි. එයට කලින් ප්‍රතිබද්ධ ගතිමය විචල්‍යයේ අයිගන් දෛශිකවලට භූමිකාවක් නැත. උදාහරණයක් සඳහා අංශුවේ පිහිටීම සඳහා දෛශිකයක් ලැබී ඇත්නම් නම් ඒ මොහොතෙහි අංශුවෙහි ගම්‍යතාවක්

© Prof. Nalin De Silva

නැත. අංශුවට ඇත්තේ පිහිටීමක් පමණකි. අංශුවට ගම්‍යතාවක් ලැබෙන්නට නම් ගම්‍යතාව නිරීක්‍ෂණයකළ යුතු වෙයි. නිරීක්‍ෂණයට පෙර අංශුවට ගම්‍යතාවක් නැත. ගම්‍යතා කාරකයෙහි අයිගන් දෛශිකවලින් අංශුවේ අවස්ථාව නිරූපණය නො වෙයි.

එසේ නම් අංශුවට ගම්‍යතාවක් ලැබෙන්නේ නිරීක්‍ෂකයා ගම්‍යතාව නිරීක්‍ෂණයකිරීමෙන් පසුව ය. එයට පෙර අංශුවට ගම්‍යතාවක් නැත. ඒ අර්ථයෙන් ගත්කල අංශුවට ගම්‍යතාවක් ලබාදෙන්නේ, අංශුවෙහි ගම්‍යතාවක් නිර්මාණයකරන්නේ නිරීක්‍ෂකයා මිස වෙනත් අයකු නො වෙයි. නිරීක්‍ෂ්‍යය නිරීක්‍ෂකයාගෙන් ස්වායත්ත නොවේ යැයි මෙයින් ගම්‍ය වෙයි. නිරීක්‍ෂකයා තමාගෙන් තොරව, තමාගෙන් ස්වාධීනව පැවති ගම්‍යතාවක් මැනගන්නවා නො වෙයි. නිරීෂකයා ඇතත් නැතත් ගම්‍යතාවට නිශ්චිත අගයක් ඇතැයි කිවහැකි නො වෙයි.

එසේ නම් අංශුවට ගම්‍යතාවක් ලබාදෙන්නේ නිරීක්‍ෂකයා මිස වෙනත් අයකු නො වෙයි. මනින්ට පෙර ගම්‍යතාව යනුවෙන් ගැනීමට කිසිවක් නැත. නිරීක්‍ෂකයාගෙන්, එනම් නිරීක්‍ෂකයාගේ මනසින් තොරව පවතින යථාර්ථයක් ලෙස අංශුවට ගම්‍යතාවක් නැත. එවැනි යථාර්ථයක් ඇත්නම් නිරීක්‍ෂකයාට ඒ මැනගැනීමට හැකිවිය යුතු ය. එහෙත් නිරීක්‍ෂකයා ගම්‍යතාව ලෙස මැනගන්නා අගය නිරී\ක්‍ෂකයා ගම්‍යතාව මැනගැනීම හේතුකොට ලැබෙන්නකි. එලෙස ගත්කල පෙනී යන කරුණ නම් අංශුවෙහි ගම්‍යතාව නිර්මානයකෙරෙන්නේ නිරීක්‍ෂකයා විසින් බව ය. එසේ අගයක් නිර්මානයකිරීම නිරී\ක්‍ෂ්‍යය නිරීක්‍ෂකයාගෙන් ස්වායත්තය යන්නට පටහැණි ය.

**මහාචාර්ය නලින් ද සිල්වා**

© Prof. Nalin De Silva