හාවා ඉබ්බා පැරදවීම

පද්ධතියක් කොටස්වලට කැඩීමෙන් ඇතැම් අවස්ථාවල දී සාර්ථක ප්‍රතිඵල ලබාගත හැකි ය. නිව්ටෝනීය භෞතිකය ඒ සඳහා හොඳම උදාහරණය වෙයි. එහෙත් කොටස්වලට කැඩීමෙන් සෑම අවස්ථාවක දී ම එලෙස සාර්ථක ප්‍රතිඵල අත්කර ගැනීමට නොහැකි බව ක්වොන්ටම් භෞතිකයෙන් මනාව පැහැදිලි වෙයි. එහි දී සමස්තය සැලකිල්ලට ගත යුතු ය. අයින්ස්ටයින් ඇරිස්ටෝටලීය න්‍යායෙහි පැහැදිලිව හා නිරවුල්ව හා එමෙන් ම නිවැරදිව තර්ක කළ ද ක්වොන්ටම් භෞතිකයෙහි දී ඔහු නිතරම වරද්දා ගත්තේ සමස්තය ගැන කල්පනාකිරීමට අසමත් වූ නිසා ය. අනෙක් අතට ඇරිස්ටෝටලීය න්‍යායෙහි තර්කකිරීමෙහි වරද්දා ගත්ත ද නීල් බෝර් ක්වොන්ටම් භෞතිකයෙහි දී නිවැරදි නිගමනවලට පැමිණියේ ඔහුට අදාළ සමස්තය ගැන එනම් ක්වොන්ටම් පද්ධතියක් ගැන වැටහීමක් තිබුණු බැවිනි.

අපි පද්ධතිය හා බෙදීම ගැන ඉතා සරල උදාහරණයක් ලෙස ඉබ්බාගේ හා හාවාගේ කතාව සලකමු. තරගය ආරම්භයේ දී ඉබ්බා හාවාට ඉදිරියෙන් B නම් ස්ථානයක පසුවයි. හාවා ඇත්තේ A නම් ස්ථානයක ය. හාවා ද ඉබ්බා ද දුවන්නේ AB සරල රේඛාව දිගේ ය. දැන් තර්කය ඇරඹෙන්නේ හාවා A සිට B කරා යන කාලයෙහි දී ඉබ්බා ද යම් දුරක් යන බවත් එබැවින් හාවා A කරා එළඹෙන විට ඉබ්බා B ලක්ෂ්‍යයෙන් සුළු වුවත් යම් දුරක් ගොස් C නම් ලක්ෂ්‍යයකට යන බවත් සඳහන් කරමිනි. එවිට හාවාට ඉබ්බා පසු කිරීමට නම් C නම් ලක්ෂ්‍යයට යා යුතු ම වන බව පෙනෙයි. එහෙත් ප්‍රශ්නය වනුයේ හාවා C නම් ලක්ෂ්‍යයට යන විට ඉබ්බා එතැන නො වීම ය. හාවා C නම් ලක්ෂ්‍යයට එනවිට ඉබ්බ ඒ කාලයෙහි තවත් ඉදිරියට ගොස් වෙනත් D ලක්ෂයකට ගොසිනි. දැන් හාවාට ඉබ්බා පසුකර යැමට නම් ඒ D නම් ලක්ෂ්‍යයට යා යුතු වෙයි. මෙය කෙළවරක් නැති ගමනකි. එබැවින් හාවාට ඉබ්බා පසුකර යැමට නොහැකි යැයි ඒ අනුව නිගමනය කිරීමට සිදුවෙයි.

මේ තර්කයෙහි ඇති වරද කුමක් ද? එය වියුක්තය පිළිබඳ ප්‍රශ්නයක් නො වේ. හාවා ද ඉබ්බා ද ඉන්ද්‍රිය ගෝචර සත්තු වෙති. ඔවුන් දුවන (ඇවිදින) ආකාරය ද අපට දැකගත හැකි ය. අනෙක් අතට එය ඊනියා යථාර්ථය පිළිබඳ ප්‍රශ්නයක් ද නො වේ. ඉබ්බා හා හාවා යනු දෙවියන් වහන්සේ මවා ඇති යථාර්ථයක් ය යන්න ඉවත් කළ ද අපට හාවා විසින් ඉබ්බා පසු නොකෙරෙන්නේ ය යන විසංවාදයට (විරුද්ධාභාසයට) විසඳුමක් නො ලැබෙයි. මේ විසංවාදයට මූලික හේතුව සමස්තය කොටස්වලට කැඩීම ය. හාවාගේ හා ඉබ්බාගේ සමස්ත තරගය ඊනියා විශ්ලේෂණයක් සඳහා අපි කොටස්වලට කඩමු. විශ්ලේෂණය කිසිම තැනක දී නොකළ යුතු යැයි මෙයින් ගම්‍ය නොවන බව මෙහි දී අවධාරණය කළ යුතු වන්නේ ඇතමුන් එවැනි නිගමනවලට පැමිණෙන බැවිනි.

මෙහි දී සමස්ත චලිතය කොටස් අනන්තයකට බෙදා ඇත. අනන්තය යනු අපට තේරුම් ගැනීමට පහසු සංකල්පයක් නො වෙයි. බටහිර ගණිතයෙහි අනන්තය අර්ථ දැක්වෙන්නේ අගයෙන් ඉතා විශාල සංඛ්‍යාවක නොගන්නා සීමාවක් ලෙස ය. අනන්තය යනුවෙන් බටහිර ගණිතයෙහි සංඛ්‍යාවක් නො මැත. බටහිර ගණිතයෙහි යම් විචල්‍යයක් අනන්තය කරා එළඹෙන්නේ යැයි කියනු ලැබෙයි. එහෙත් ඒ විචල්‍යය අනන්තය නම් අගය ගන්නේ යැයි නො කියැවෙයි. හාවාගේ හා ඉබ්බාගේ සමස්ත චලිතය කොටස් ඉතා විශාල සංඛ්‍යාවකට බෙදා ඒ සංඛ්‍යාව අනන්තයට එළඹෙන අවස්ථාව බටහිර හණිතයෙහි සාකච්ඡා කෙරෙයි.

හාවාගේ හා ඉබ්බාගේ චලිතය කොටස් ඉතා විශාල සංඛ්‍යාවකට බෙදන අපි ඒ ඒ කොටස ගෙවා යෑම සඳහා හාවාට ගතවන කාල අන්තරය හණනය කරමු. ඒ කාල අන්තර ඉතා විශාල සංඛ්‍යාවක් අපට ලැබෙන බව පැහැදිලි ය. ඒ සංඛ්‍යාව අනන්තයට එළඹෙන බවත් අපි දනිමු. හාවාට ඉබ්බා පසුකර යා නොහැකි යැයි අප උපකල්පනය කරන්නේ සමස්ත චලිතය කුඩා කොටස් විශාල සංඛ්‍යාවකට බෙදා ඇති නිසාත්, ඒ සංඛ්‍යාව අනන්තයට එළඹෙන නිසාත්, එවිට හාවාට ඉබ්බා පසුකිරීම සඳහා අනන්ත කාලයක් යන්නේ යැයි අප උපකල්පනය කරන නිසාත් ය.

එහෙත් ඒ කාල අන්තර එකතු කළහොත් කොටස් සංඛ්‍යාව අනන්තයට එළඹුන ද, කාල අන්තරවල ඓක්‍යය අනන්තයට නොඑළඹෙන බව අපට පෙන්වා දිය හැකි ය. කාල අන්තර පොදු අනුපාතය එකට අඩු වූ ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක් සාදන බවත් ශ්‍රේණියෙහි ඓක්‍යය කොටස් සංඛ්‍යාව අනන්තයට එළඹීමේ දී පරිමිත අගයක් වන බවත්

පහසුවෙන් පෙන්වා දිය හැකි ය. එහෙත් එසේ කළ හැකි වන්නේ මේ විශේෂ අවස්ථාවෙහි දී ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියේ ඓක්‍යය පරිමිත සංඛ්‍යාවක් වන නිසාත් ය.

පද සංඛ්‍යාව අනන්තයට එළඹෙන ශ්‍රේණියක ඓක්‍යය සෑම විට ම පරිමිත වන්නේ නො වේ. ඒ අපරිමිත වන අවස්ථා ද වෙයි. එබැවින් එවැනි ශෙණියක් දුටු පමණින් එහි පදවල ඓක්‍යය අපරිමිත නොවන්නේ යැයි අපට උපකල්පනය කළහැකි නො වේ. ඒ කෙසේ වෙතත් මෙහි දී විසංවාදයක් එනම් විරුද්ධාභාසයක් ඇතිවන්නේ අප අදාළ ශ්‍රේණියෙහි අගය අනන්තයට එළඹෙන්නේ යැයි උපකල්පනය කරන බැවිනි. මෙහි දී ඒ අගය අනන්තයට නො එළඹෙයි.

කොටස්වලට බෙදා අධ්‍යයනය කිරීමේ දී ගැටළු කිහිපයක් මතුවෙයි. එකක් අපි දැනටමත් සාකච්ඡා කර ඇත්තෙමු. ඒ කාල අන්තරවල හෝ වෙනත් විචල්‍යයක අගයන්ගේ එකතුව අනන්තයට එළඹෙන්නේ යැයි උපකල්පනය කිරීම ය. තවත් ගැටළුවක් නම් ඒ ඒ කොටස් අතර ඇති අන්තර සම්බන්ධය අප විසින් නොසලකා හරිනු ලැබීම ය. ශරීරය කොටස්වලට කඩා ඒ ඒ කොටසට වෙන ම වෙදකම් කරන බටහිර වෛද්‍ය විද්‍යාවෙහි මේ ප්‍රශ්නය මතුවෙයි. එක් කොටසකට වෙදකම් කරන විට අනෙක් කොටසක ආබාධය වැඩිවීමට ඉඩ ඇත. විශේෂයෙන් ම අධිසත්කාර ඒකකවලට ගෙනෙන රෝගීන්ට ප්‍රතිකාර කිරීමේ දී ඒ ඒ එක් කොටස නැතහොත් අවයවය අනෙක් අවයවවලට ප්‍රතිකාර කිරීමේ දී කෙසේ වෙනස්වන්නේ දැයි දැනගෙන ප්‍රතිකාර කිරීමේ ක්‍රමයක් අද බටහිර වෛද්‍ය විද්‍යාවට නැත.

තව ද සමස්තයෙහි අන්තර්ගතය මුළුමනින් ම කොටස්වල අන්තර්ගතවල එකතුවක් නො වේ. පද්ධතියක කොටස් අතර ඇති අන්තර සම්බන්ධ හේතුවෙන් සමස්තය යනු කොටස්වල එකතුවට වඩා වැඩි යමක් වෙයි. එනම් කොටස් පමණක් අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඒ අමතර දෙය, ගුණය දැනගැනීමට අපට අවකාශයක් නො ලැබෙයි. ජලය අණුවක් යනු කුමක් ද ජලයෙහි ගුණ කවරේ ද යනාදිය ඔක්සිජන් හා හයිඩ්‍රජන් අණුවල හෝ වායුවල හෝ ගුණ හැදෑරීමෙන් දත හැකි නො වෙයි. වෙනත් අයුරකින් කියන්නේ නම් ජලය අණුවක හෝ ජලයෙහි හෝ ගුණ ඔක්සිජන් හා හයිඩ්‍රජන් අණුවල හෝ වායුවල හෝ ගුණයෙන් අපෝහනය කළ හැකි නො වේ.

බටහිර ගණිතයෙහි ගර්ඩ්ල් ප්‍රමේයයෙන් කියැවෙන්නේ ද එවැන්නකි. අංක ගණිතයෙහි ගුණ අඩංගු ගණිත පද්ධතියක ස්වසිද්ධිවලින් අපෝහනය කළ නොහැකි එහෙත් ගණිතමය වශයෙන් සත්‍ය වූ ප්‍රකාශන තිබිය හැකි බව ඒ ප්‍රමේයයෙන් කියැවෙයි. එහෙත් කිසිවකු ගර්ඩ්ල් ප්‍රමේයය යොදා කලින් ජලය ඔක්සිජන් හා හයිඩ්‍රජන් ගැන කී දේ අපෝහනය කිරීමට උත්සාහ නොගත යුතු ය. ගර්ඩ්ල් ප්‍රමේයය එහි දී යොදාගත හැකි දැයි අපි නො දනිමු.

සියළු සංකල්ප අපේ නිර්මාණ වෙයි. ප්‍රමේයයන් ද එසේ ම ය. ඒ ඒ සංකල්ප, ප්‍රවාද නිර්මාණය කෙරෙන්නේ සීමිත පරාසයක යොදා ගැනීමට ය. ඒ පරාසයෙන් බාහිර ව සංකල්පයක් ප්‍රවාදයක් හෝ වෙනත් යමක් හෝ යෙදා ගැනෙන්නේ නම් පළමුව සංකල්පයට හෝ ප්‍රවාදයට හෝ අනුරූප ව පරාසය පළල් කළ හැකි දැයි දැනගත යුතු ය. එසේ නොමැතිව ඉවක් බවක් නොමැතිව සංකල්ප, ප්‍රවාද යොදා ගැනීමෙන් වැරදි නිගමනවලට එළඹීමේ හැකියාව වෙයි. නිව්ටන්ගේ තුන්වැනි නියමය යොදා ගැනීමෙන් කර්මය හා කර්ම විපාකය පෙන්නුම් කිරීම අදාළ පරාසයෙන් බාහිර ව සංකල්ප හා නියම යොදා ගැනීමකි.

බටහිර ගණිතයෙහි සීමාව පිළිබඳ සංකල්පය ප්‍රශ්නයක් වන්නේ එය භෞතික විද්‍යාවේ හෝ වෙනත් විද්‍යාවක හෝ බටහිර ගණිතයෙහි ම වෙනත් ක්ෂේත්‍රයක හෝ යෙදීමට යෑමේ දී ය. බටහිර ගණිතයෙහි සීමාව අර්ථ දැක්වෙන්නේ යම් විචල්‍යයක් යම් අගයක් කරා එළඹෙන විට අදාළ ශ්‍රිතයෙහි අගය කුමන අගයක් කරා එළඹෙන්නේ ද ආදී වශයෙනි. x විචල්‍යය දකුණෙන් මෙන් ම වමෙන් ද a කරා එළඹීමේ දී $f(x)$ ශ්‍රිතය l කරා එළඹෙන්නේ නම් x විචල්‍යය a කරා එළඹීමේ දී $f(x)$ ශ්‍රිතයෙහි සීමාව l යැයි කියනු ලැබෙයි. බටහිර ගණිතයට මෙය අර්ථ දැක්වීමකි. අර්ථ දැක්වීමක් ලෙස එහි ගැටළුවක් ද නැත. මේ අර්ථ දැක්වීම උපයෝගී කරගෙන $f(x)$ ශ්‍රිතයක අවකල සංගුණකය ද අර්ථ දැක්වෙයි. $x=a$ හි දී ඒ අර්ථ දැක්වෙන්නේ x විචල්‍යය a සිට $a+\delta a$ දක්වා වැඩිවීමෙහි දී $f(x)$ හා x හි වර්ධනයන්හි අනුපාතය, එනම් $f(x+\delta x)$ - $f(x)$ හා δx හි අනුපාතය a හි දී δx ශූන්‍යය කරා එළඹීමෙහි දී එළඹෙන අගය, එනම් ඒ අනුපාතයෙහි සීමාව, ලෙස ය. x විචල්‍යය a කරා එළඹීමෙහි දී $f(x)$ ශ්‍රිතයෙහි අවකල සංගුණකය ලෙස පමණක් ගැනීමෙහි දී මේ අර්ථ දැක්වීමෙහි තරමක ගැටළුවක් ඇත. මෙහි δa ශූන්‍යය කරා එළඹෙනු මිස δa

ශුන්‍යය වන බවක් නො කියැවෙන බව අවධාරණය කළ යුතු ය. මෙහි දී ද තවත් කිවයුත්තක් වෙයි. අවකල සංගුණකය පැවතීමට නම් දකුණෙන් මෙන් ම වමෙන් ද x විචල්‍යය a කරා එළඹීමෙහි දී අදාළ අනුපාතය එළඹෙන සීමා සමාන විය යුතු ය. ඒ සීමා අසමාන වන්නේ නම් හෝ සීමා නොපවතින්නේ නම් හෝ $x = a$ දී ශ්‍රිතයෙහි අවකල සංගුණකය අර්ථ නො දැක්වෙයි.

ප්‍රශ්නය තවත් උග්‍ර වන්නේ බටහිර ගණිතයෙහි ම වක්‍රවලට අඳින ස්පර්ශක ගැන කතා කිරීමෙහි දී ය. $y = f(x)$ යන්නෙහි වක්‍රය ගනිමු. අපි ශ්‍රිතය සංතතික යැයි ද $x = a$ හි දී ශ්‍රිතය අර්ථ දැක්වෙන්නේ යැයි ද ගනිමු. දැන් අපට $x = a$ හි දී වක්‍රයට අඳින ස්පර්ශකය දැනගැනීමට අවශ්‍ය වෙයි. එය ද ඉහත කී සීමාවෙන් ලැබෙන්නේ යැයි අපට අර්ථ දැක්විය හැකි ය. අප මෙහි දී කියන්නේ අදාළ ස්පර්ශකයෙහි අනුක්‍රමණය $x = a$ හි දී ශ්‍රිතයෙහි අවකල සංගුණකයට සමාන බව ය.

එහෙත් මෙහි ප්‍රශ්නයක් වෙයි. $x = a$ හි දී ශ්‍රිතයෙහි අවකල සංගුණකය යනු එකකි. ශ්‍රිතයෙන් නිරූපණය වන වක්‍රයට $x = a$ හි දී ස්පර්ශකයක් ඇඳීම යනු තවත් එකකි. අප එහි දී $x = a$ හි දී වක්‍රයට ස්පර්ශකයක් ඇඳිය යුතු ය. $x = a$ හි දී ශ්‍රිතයෙහි අවකල සංගුණකය ඉහත සඳහන් අයුරින් අර්ථ දැක්වුව ද අප එය දැනට පිළිගත්ත ද ස්පර්ශක සම්බන්ධයෙන් ගැටළුව විද්‍යමාන ව දැක්වෙයි. අප නිශ්චිතව ම $x = a$ හි දී වක්‍රයට ස්පර්ශකයක් ඇඳිය යුතු ය. එනම් මෙහි දී δa ශුන්‍යය විය යුතු ය. δa ශුන්‍යය කරා එළඹෙන එහෙත් δa ශුන්‍යය නොවන්නේ යැයි කියන අර්ථ දැක්වීමකින් අප ස්පර්ශකය ලබා ගන්නේ කෙසේ ද?

මහාචාර්ය නලින් ද සිල්වා