ඇරිස්ටෝටල්ට ස්පර්ශක ඇඳිය හැකි ද?

වක්‍රයකට අඳින ස්පර්ශකයක් යනු කුමක් ද? පළමුවෙන් ම වක්‍රයකට ස්පර්ශකයක් ඇඳිය හැක්කේ ඒ මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක දී ය. ඒ ලක්ෂ්‍යයෙහි දී වක්‍රය සන්තතික විය යුතු බව ද පැහැදිලි ය. එනම් වක්‍රය විසින් නිරූපණය කෙරෙන ශ්‍රිතය ද ඒ ලක්ෂ්‍යයෙහි දී සන්තතික විය යුතු ය. එහෙත් ඉන් කියැවෙන්නේ ලක්ෂ්‍යක දී සන්තතික වන ඕනෑම ශ්‍රිතයක අදාළ වක්‍රයට අනුරූප ලක්ෂ්‍යයෙහි දී ස්පර්ශකයක් ඇඳිය හැකි බව නො වේ. එමෙන් ම අදාළ ලක්ෂ්‍යයෙහි දී ශ්‍රිතයෙහි අවකල සංගුණකය සෙවිය හැකි බවක් ඉන් ගම්‍ය නො වේ.

උදාහරණයක් ලෙස ගතහොත් $y = x^{\frac{2}{3}}$ ශ්‍රිතය $x=0$ හි දී සන්තතික වන නමුත් එහි දී අවකල්‍ය නො වේ. එනම් ඒ ලක්ෂ්‍යයෙහි දී ශ්‍රිතයෙහි අවකල සංගුණකය සෙවිය නො හැකි ය. මෙම ශ්‍රිතයෙහි $x<0$ ලක්ෂ්‍යවල දී අවකල සංගුණකය සෘණ වන අතර x ශුන්‍යය කරා වමෙන් ළඟාවන විට අවකල සංගුණකය සෘණ අනන්තය කරා එළඹෙයි. අනෙක් අතට $x>0$ ලක්ෂ්‍යවල දී අවකල සංගුණකය ධන වන අතර x ශුන්‍යය කරා දකුණෙන් ළඟාවන විට අවකල සංගුණකය ධන අනන්තය කරා එළඹෙයි. පැහැදිලිව ම $x=0$ හි දී ශ්‍රිතයට අවකල සංගුණයක් නො මැත. බටහිර ගණිතයට අනුව ධන අනන්තයට එළඹෙන සංඛ්‍යාවක් හා සෘණ අනන්තයට එළඹෙන සංඛ්‍යාවක් සමාන නො වෙයි.

අදාළ වක්‍රයට ද $x=0$ හි දී ස්පර්ශකයක් ඇඳිය හැකි නො වෙයි. බටහිර ගණිතයට අනුව $x<0$ ලක්ෂ්‍යවල දී වක්‍රයට අඳින ස්පර්ශකවල අනුක්‍රමණය සෘණ වන අතර x ශුන්‍යය කරා වමෙන් ළඟාවන විට ස්පර්ශකයෙහි අනුක්‍රමණය සෘණ අනන්තය කරා එළඹෙයි. අනෙක් අතට $x>0$ ලක්ෂ්‍යවල දී වක්‍රයට අඳින ස්පර්ශකවල අනුක්‍රමණය ධන වන අතර x ශුන්‍යය කරා දකුණෙන් ළඟාවන විට ස්පර්ශකයෙහි අනුක්‍රමණය ධන අනන්තය කරා එළඹෙයි. මෙහි දී සරලව පවසන්නේ නම් $x=0$ හි දී වක්‍රයට එක් ස්පර්ශකයක් ඇඳිය හැකි නො වෙයි.

අපි එවැනි ලක්ෂ්‍ය නොසලකා ලක්ෂ්‍යයක දී ස්පර්ශකයක් ඇඳිය හැකිවන අයුරින් වක්‍රවල පිහිටි ලක්ෂ්‍ය පමණක් දැනට සලකමු. එලෙස ස්පර්ශකයක් ඇඳිය හැකි P නම් ලක්ෂ්‍යක දී ස්පර්ශකයක් ඇඳීමේ දී අප කරන්නේ කුමක් ද? අපි P ට ආසන්න Q නම් ලක්ෂ්‍යයක් ගනිමු. අපි දැන් Q ක්‍රමයෙන් P ලක්ෂ්‍යය කරා ගෙන යමු. මෙය වමෙන් මෙන් ම දකුණෙන් ද කළ යුතු වෙයි. ඒ වමෙන් කළත් දකුණෙන් කළත් අපට මෙහි දී ලැබෙන්නේ එක් ස්පර්ශකයක් පමණකි. එහෙත් බටහිර ගණිතයට මෙහි දී ද ප්‍රශ්නයක් වෙයි. ඒ ප්‍රශ්නය ඔවුන් නොකියන නමුත් ප්‍රශ්නයක් ඇති බව පැහැදිලි වෙයි.

ස්පර්ශකය ඇඳීමේ දී Q ක්‍රමයෙන් P ලක්ෂ්‍යය කරා ගෙන යන නමුත් ඒ කිසිවිටෙකත් P ලක්ෂ්‍යය සමග සමපාත නො වෙයි. වෙනත් ආකාරයකින් කියන්නේ නම් PQ දිග ශුන්‍යයට ළඟාවන නමුත් ශුන්‍යයට සමාන නො වෙයි. එසේ වුවත් එසේ Q ලක්ෂ්‍යය P ලක්ෂ්‍යය කරා එළඹීමේ දී QP ජ්‍යාය වක්‍රයට P ලක්ෂ්‍යයෙහි දී ඇඳි ස්පර්ශකය බවට පත්වන්නේ යැයි බටහිර ගණිතය අපට කියා දෙයි. මෙය පිළිගත හැකි ද? ගණිතඥයන් යැයි කියාගන්නා අය මේ තේරුම් කරදෙන්නේ කෙසේ ද?

අපි බටහිර ගණිතයෙහි කියැවෙන සීමාව පිළිබඳ අර්ථදැක්වීම පිළිගනිමු. කලින් ලිපියෙහි සඳහන් ආකාරයට සීමාව ලබාගැනීමේ දී δx ශන්‍යය යන අගය නොගෙන ශුන්‍යය කරා එළඹෙන සේ ගැනීම අපට ගැටළුවක් නො වේ. ඒ අර්ථදැක්වීමක් පමණකි. එහෙත් ස්පර්ශකය අපට එලෙසින් අර්ථදැක්විය හැකි නො වේ. එයට හේතුවක් වෙයි. Q ලක්ෂ්‍යය P ලක්ෂ්‍යය සමග සමපාත නොවුණහොත් ඒ ලක්ෂ්‍ය දෙක ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍යය දෙකක් සේ තිබෙනතාක් අපට ලැබෙන්නේ QP ජ්‍යාය මිස P ලක්ෂ්‍යයෙහි දී ඇඳි ස්පර්ශකය නො වේ.

Q ලක්ෂ්‍යය P ලක්ෂ්‍යය සමග සමපාත නොවන්නේ නම් ඒ ලක්ෂ්‍ය දෙක කෙතරම් සමීප වුව ද ජ්‍යායක් මිස ස්පර්ශකයක් නො ලැබෙයි. එසේ නම් Q ලක්ෂ්‍යය P ලක්ෂ්‍යය සමග සමපාත වන අවස්ථාවෙහි දී වක්‍රයට P ලක්ෂ්‍යයෙහි දී ඇඳි ස්පර්ශකය ලැබෙන්නේ යැයි අපි කියමු ද? එහෙත් එහි දී ද ප්‍රශ්නයක් පැන නගියි. ඒ ප්‍රශ්නය අන් කිසිවක් නොව එක් ලක්ෂ්‍යයක් ඔස්සේ නිශ්චිත සරල රේඛාවක් ඇඳිය හැකි ද යන්න ය.

Q ලක්ෂ්‍යය P ලක්ෂ්‍යය සමග සමපාත වන අවස්ථාවෙහි දී අපට ඇත්තේ එක් ලක්ෂ්‍යයක් පමණකි. එහෙත් එක් ලක්ෂ්‍යයක් ඔස්සේ බටහිර ගණිතයෙහි සරල රේඛා එකකට වඩා ඇඳිය හැකි ය. එසේ නම් ලක්ෂ්‍යය දෙක සමපාත වන අවස්ථාවෙහි දී, එනම් අපට එක් ලක්ෂ්‍යයක් පමණක් ලැබෙන අවස්ථාවෙහි දී අපට ඒ ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ, එනම් P ඔස්සේ, සරල රේඛා අති විශාල සංඛ්‍යාවක් ඇඳිය හැකි ය. වෙනත් අයුරකින් කියන්නේ නම් අපට එවිට නිශ්චිත ස්පර්ශකයක් නො ලැබෙයි. බටහිර ගණිතයට මෙය ප්‍රශ්නයක් වුවත් එහි ප්‍රශ්නයක් නැති අයුරින් ගණිතඥයෝ ක්‍රියා කරති. බටහිර ගණිතයෙහි ඇරිස්ටෝටලීය න්‍යායෙහි ප්‍රශ්නය විසඳීමට නොහැකි වුව ද චතුස්කෝටික න්‍යායෙහි ප්‍රශ්නය විසඳිය හැකි වෙයි.

ඇරිස්ටෝටලීය න්‍යායෙහි ප්‍රශ්නය වනුයේ PQ හි දිග එක්කෝ ශුන්‍යය විය යුතු ය, නැත්නම් ශුන්‍යය නොවිය යුතු ය යන්න ය. ඒ ප්‍රස්තුත දෙකෙන් ගණිතමය වශයෙන් සත්‍යය විය යුත්තේ කිනම් එකක් ද යන ප්‍රශ්නයට බටහිර ගණිතය එකක් පමණක් තෝරාගනියි. බටහිර ගණිතය ස්පර්ශක සම්බන්ධයෙන් ගත්කල PQ හි දිග ශුන්‍යය නොවේ යැයි සලකයි. එහි කිසි විටෙකත් PQ හි දිග ශුන්‍යය යැයි නො ගැනෙයි. එවිට අපට ජ්‍යායක් මිස ස්පර්ශකයක් නො ලැබෙයි. මේ ප්‍රශ්නය විසඳිය හැකි වන්නේ බටහිර ගණිතයෙහි දැක්වෙන න්‍යාය වෙනුවට වෙනත් න්‍යායක් යොදා ගැනීමෙන් පමණකි.

එක් අතකින් ගත්කල චතුස්කෝටික න්‍යායෙන් සිදුවන්නේ ද්විකෝටික ඇරිස්ටෝටලීය න්‍යාය පුළුල් කිරීමකි. ඇරිස්ටෝටලීය න්‍යායෙහි දී යම් ප්‍රස්තුතයක් එක්කෝ සත්‍ය විය යුතු ය නැත්නම් අසත්‍ය විය යුතු ය. චතුස්කෝටික න්‍යායෙන් ඒ අවස්ථා (කෝටික එනම් කොන්) දෙක බැහැර නො වෙයි. එහි දී ඒ අවස්ථා දෙක ද තබාගෙන තවත් අවස්ථා දෙකක් එකතු වී කෝටික හෙවත් කොන් හතරක් ඇතිවෙයි. එලෙස අලුතින් එකතුවෙන අවස්ථාවලින් කියැවෙන්නේ යම් ප්‍රස්තුතයක් සත්‍ය මෙන් ම අසත්‍ය ද විය හැකි බව හා යම් ප්‍රස්තුතයක් සත්‍ය හෝ අසත්‍ය හෝ නොවීමට හැකි බව ය. කලින් අවස්ථා දෙක ද, එනම් ඇරිස්ටෝටලීය න්‍යායෙහි අවස්ථා දෙක ද ඇතුළුව දැන් අවස්ථා හතරක් චතුස්කෝටික න්‍යායෙහි දක්නට ලැබෙයි.

මේ අවස්ථා හතර බුදුන් වහන්සේ වැඩ විසූ කාලයෙහි දඹදිව තිබුණි. ඒ උන්වහන්සේ ලොවට දුන් දහමක් නො වෙයි. ඒ අර්ථයෙන් ගතහොත් චතුස්කෝටික න්‍යාය යනු බෞද්ධ න්‍යායක් නො වේ. අප අත්දකින ප්‍රපංච චතුස්කෝටික න්‍යායෙන් තේරුම් ගත හැකි ය. එසේත් නැතහොත් විස්තර කළ හැකි ය. එහෙත් නිවන චතුස්කෝටිකයෙන් තේරුම් ගත හැකි නො වේ. නිවන් අවබෝධ කිරීමෙහි දී චතුස්කෝටිකය ද බැහැර කළ යුතු ය. ඒ අර්ථයෙන් ද චතුස්කෝටිකය බෞද්ධ න්‍යායක් නො වෙයි.

එහෙත් අපි ඒ න්‍යාය සිංහල බෞද්ධ චින්තනයෙහි න්‍යාය ලෙස සලකමු. එයට හේතුව ලෞකික ප්‍රපංච අපට චතුස්කෝටික න්‍යාය ඔස්සේ තේරුම් ගතහැකි බැවින් හා සිංහල බෞද්ධයන් අතීතයේ සිට ම ඒ න්‍යාය යොදාගෙන ඇති බැවින් ය. සිංහල සංස්කෘතියෙහි ඇති ඇතැම් ප්‍රකාශවලින් ඒ බව මනාව පැහැදිලි වෙයි. එසේ ම සිංහලයන්ගේ කියුම් කෙරුම්වල හා හැසිරීමේ රටාවල ද ඒ න්‍යාය ගැබ් වී ඇත.

අපි යන එන ගමන්, අඩුවැඩිය, ගැවී නොගැවී ආදී ප්‍රකාශන යොදා ගනිමු. මේ ප්‍රකාශන ද්විකෝටික ඇරිස්ටෝටලීය න්‍යායට එකඟ නො වෙයි. ඇරිස්ටෝටලීය න්‍යායට අනුව එක්කෝ යන ගමන් විය යුතු ය. එසේත් නැත්නම් එන ගමන් විය යුතු ය. යමක් එක්කෝ තවත් දෙයක් සමග ගැවිය යුතු ය. එසේත් නැත්නම් නොගැවිය යුතු ය. ඇරිස්ටෝටලීය න්‍යායෙහි ගැවී නොගැවී යන්න අර්ථ ශුන්‍යය ප්‍රකාශනයකි.

මෙහි දී අවධාරණය කළ යුත්තක් වෙයි. චතුස්කෝටික න්‍යායෙහි යම් ප්‍රස්තුතයක් සත්‍ය වීමට ද අසත්‍ය වීමට ද හැකි ය යන්නෙන් කියැවෙන්නේ ප්‍රස්තුතය එකවිට ම (මෙන් ම එකවිට නොවන විට ද) සත්‍ය වන බව ය. තම දැනුම පිළිබඳ මුල් බෞද්ධ ප්‍රවාදය (Early Buddhist Theory of Knowledge) නම් වැදගත් කෘතියෙහි චතුස්කෝටිකය ගැන බොහෝ කරුණු ලියා ඇති අභාවප්‍රාප්ත මහාචාර්ය කේ. එන්. ජයතිලක මහතා මෙහි දී නිවැරදි නොවන බව කිව යුත්තේ ඒ මහතාට කරන අගෞරවයක් ලෙස නොව චතුස්කෝටිකය යනු කුමක් දැයි නිවැරදිව තේරුම් ගැනීම සඳහා ය.

ජයතිලක මහතාට අනුව යම් ප්‍රස්තුතයක් එක්විට සත්‍ය හා අසත්‍ය නො වෙයි. යමකු එක්වර හොඳ හා නරක නොවේ ය යන්න ඒ සඳහා උදාහරණයක් ලෙස සලකමු. ජයතිලක මහතාට අනුව යමකු ඇතැම් ගතිගුණවලින් හොඳ විය හැකි අතර වෙනත් ගතිගුණවලින් නරක විය හැකි ය. චතුස්කෝටිකයෙන් කියැවෙන්නේ එවැන්නක් නම් අපට ඒ න්‍යාය අවශ්‍ය නො වේ. එයට හේතුව ද්විකෝටික ඇරිස්ටෝටලීය න්‍යායෙන් ම ඒ බව කීමට හැකි වීම ය. යමකු අහවල් ගතිගුණවලින් හොඳ වන අතර වෙනත් ගතිගුණවලින් නරක යැයි කීම ද්විකෝටික න්‍යායට එකඟ ය. එහි ඊනියා විසංවාදයක් නැත. චතුස්කෝටික න්‍යාය අපට අවශ්‍ය වන්නේ යමකු එකවිට එකම ගතිගුණවලින් හොඳ මෙන් ම නරක යැයි කීමට අවශ්‍ය වන්නේ නම් ය.

ගැටී නොගැටී යන්නෙන් සිංහලයන් අදහස් කරන්නේ යම් වස්තු දෙකක් එක්විටක දී ගැටී තවත් විටක දී නොගැටී පැවතීම නො වේ. යම්කිසි කාලයක දී වස්තු දෙකක් ගැටෙන අතර ඉන්පසුව හෝ ඉන් පෙර හෝ ඒ වස්තු දෙක නොගැටී පැවතීම ද්විකෝටික න්‍යායට එකඟ ය. එමෙන් ම එක් වස්තුවක එක් ලක්‍ෂයයක් අනෙක් වස්තුවේ යම් ලක්‍ෂයයක් සමග ගැටී පවතින අතර වස්තු දෙකේ අනෙක් ලක්‍ෂ්‍ය නොගැටී පැවතීම ද ද්විකෝටික න්‍යාය ට එකඟ ය. එහි දී චතුස්කෝටික න්‍යායක් අවශ්‍ය නො වේ. අපට චතුස්කෝටික න්‍යාය අවශ්‍ය වන්නේ එක් වස්තුවක එක් ලක්‍ෂයයක් අනෙක් වස්තුවේ යම් ලක්‍ෂයයක් සමග එකවිට ගැටී ද නො ගැටී ද පවතින බව තේරුම් ගැනීමට අවශ්‍ය නම් ය.

මහාචාර්ය නලින් ද සිල්වා